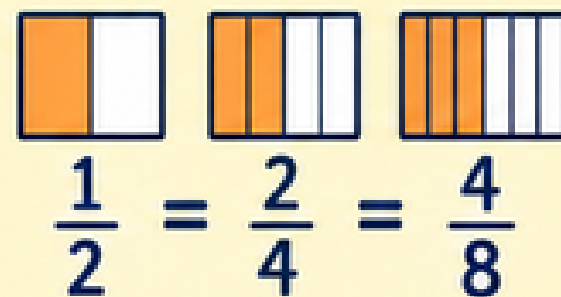




Cosa faremo...

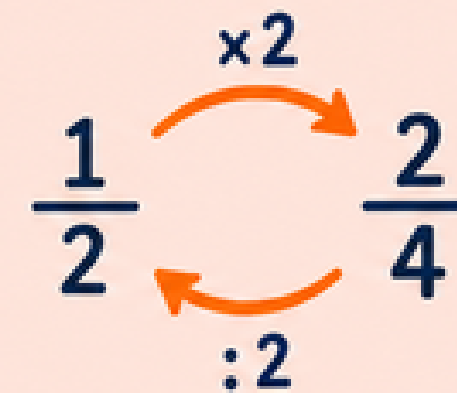
1. Le frazioni equivalenti

Scopriremo che frazioni diverse possono rappresentare la stessa quantità.



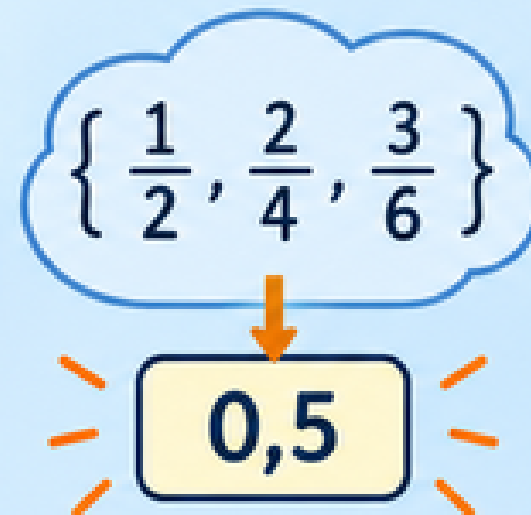
2. La proprietà invariantiva

Impareremo a moltiplicare o dividere numeratore e denominatore per lo stesso numero.



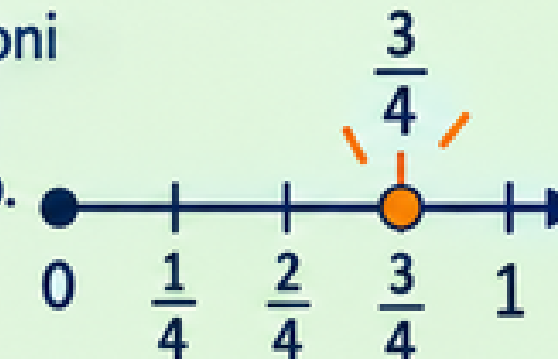
3. Numeri razionali

Vedremo che ogni classe di frazioni equivalenti rappresenta un unico numero razionale.



4. Le frazioni sulla semiretta

Rappresenteremo le frazioni sulla semiretta orientata per vedere dove si trovano.

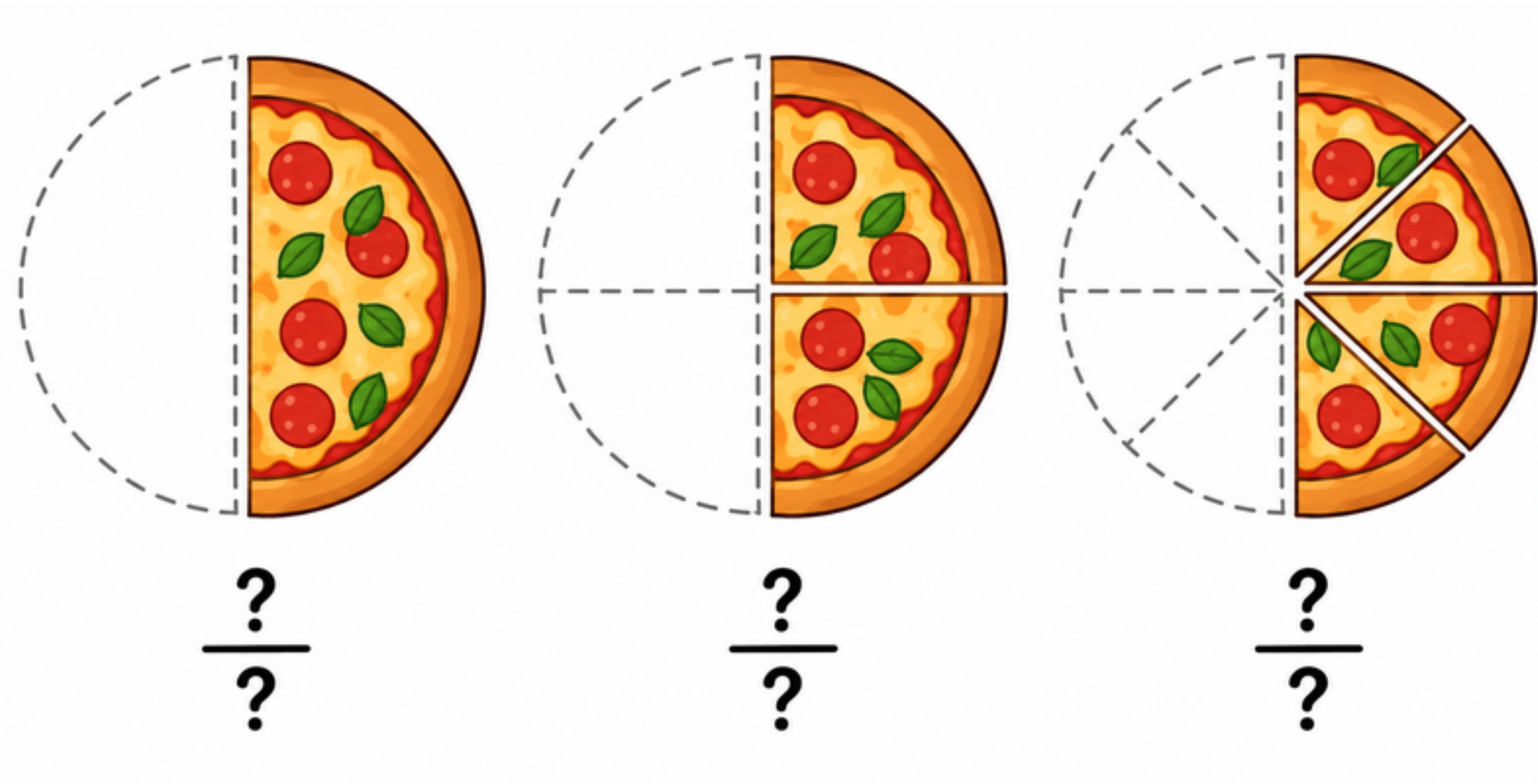


Insomma: capiremo che le frazioni possono cambiare aspetto, ma non valore!



Frazioni equivalenti

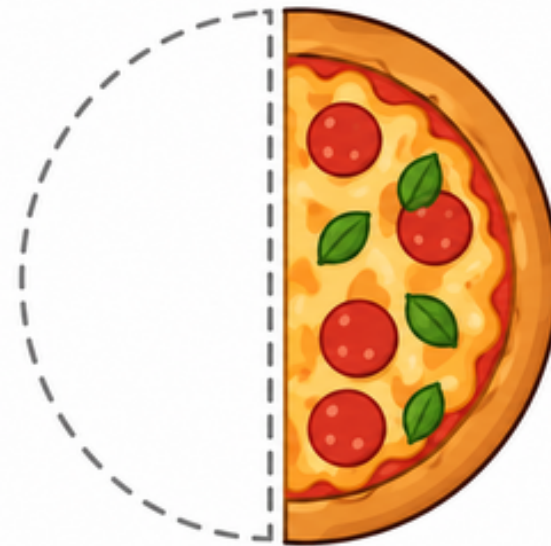
Consideriamo adesso questo esempio. Sapreste determinare il valore delle frazioni?



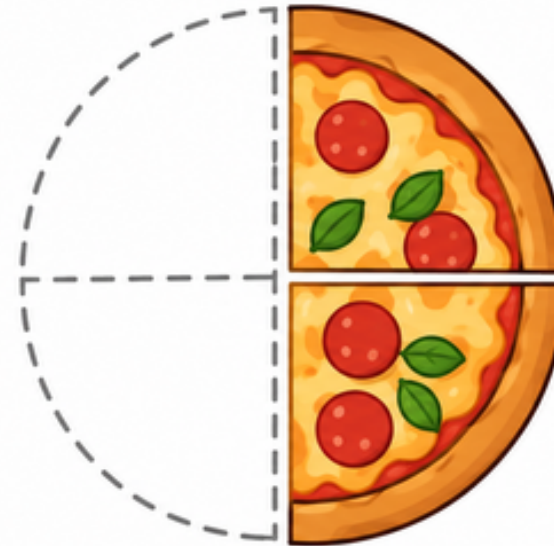
Frazioni equivalenti

Ci siete riusciti? Bravissimi! 😊

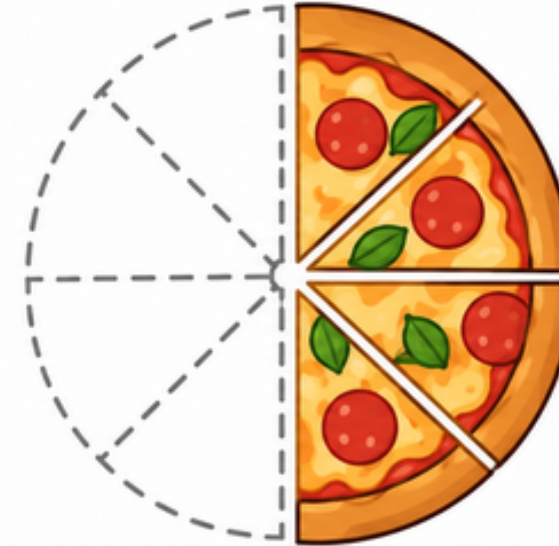
Adesso osservate bene le frazioni... Apparentemente sembrano diverse, ma in realtà si riferiscono alla stessa quantità di pizza!



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{4}{8}$$



Frazioni equivalenti

Due o più frazioni si dicono **equivalenti** se, riferite alla stessa grandezza, rappresentano la stessa quantità.

Per esempio:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \dots$$

Ma come abbiamo ottenuto questa successione infinita di frazioni equivalenti?

La frazione che dà origine alla successione di frazioni equivalenti prende il nome di **generatrice**.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \dots$$

$\cdot 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 6 \quad \cdot 7$
 $\cdot 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 6 \quad \cdot 7$

Basta moltiplicare numeratore e denominatore per la successione dei numeri naturali!



Frazioni equivalenti

Altri esempi:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{7}{21} = \dots$$

$\cdot 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 6 \quad \cdot 7$
 $\cdot 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 6 \quad \cdot 7$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35} = \dots$$

$\cdot 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 6 \quad \cdot 7$
 $\cdot 2 \quad \cdot 3 \quad \cdot 4 \quad \cdot 5 \quad \cdot 6 \quad \cdot 7$



Proprietà invariante

Finora siamo passati dalla frazione generatrice alle frazioni equivalenti, moltiplicando numeratore e denominatore per lo stesso numero. Ma possiamo fare il contrario?

Prendiamo, ad esempio, queste frazioni equivalenti:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \dots$$

Possiamo passare da una qualunque di queste frazioni alla relativa “generatrice”?

La risposta è sì: basta dividere numeratore e denominatore per lo stesso numero!

Ad esempio:

$$\frac{6}{12} = \frac{(6 : 6)}{(12 : 6)} = \frac{1}{2}$$

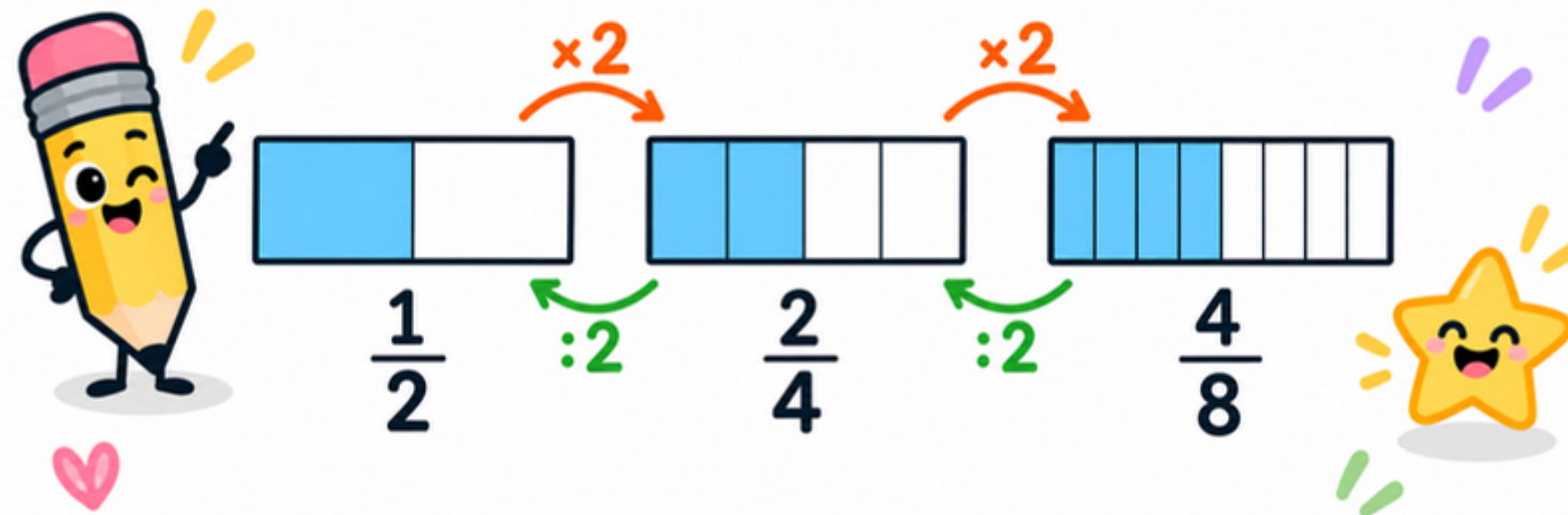


Proprietà invariantiva

Abbiamo scoperto un'importantissima proprietà delle frazioni:

Proprietà invariantiva delle frazioni:

Se si moltiplicano o si dividono entrambi i termini di una frazione per uno stesso numero, diverso da zero, si ottiene una frazione equivalente alla data.



Classi di equivalenza e numeri razionali

Come detto, a partire da una qualunque frazione, possiamo ricavare le infinite frazioni ad essa equivalenti. Ad esempio:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \dots$$

L'insieme di queste frazioni equivalenti costituisce una classe di equivalenza (classe di frazioni equivalenti) e si indica così:

$$\left[\frac{1}{2} \right] = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots \right\}$$



Classi di equivalenza e numeri razionali

A ciascuna classe di frazioni equivalenti corrisponde un unico numero razionale.

Ed in effetti, presa una qualunque frazione:

$$\frac{n}{d}$$

possiamo considerarla come il quoziente della divisione tra numeratore e denominatore:

$$n : d$$

In pratica, la linea di frazione che separa il numeratore dal denominatore sostituisce il simbolo di divisione.



Classi di equivalenza e numeri razionali

Ad esempio, la classe di equivalenza:

$$\left[\frac{1}{2} \right] = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots \right\}$$

rappresenta il numero razionale:

$$\frac{1}{2} = 1 : 2 = 0,5$$



Classi di equivalenza e numeri razionali

La classe di equivalenza:

$$\left[\frac{3}{4} \right] = \left\{ \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \dots \right\}$$

rappresenta il numero razionale:

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$



Classi di equivalenza e numeri razionali

La classe di equivalenza:

$$\left[\frac{14}{3} \right] = \left\{ \frac{14}{3}, \frac{28}{6}, \frac{42}{9}, \frac{56}{12}, \frac{70}{15}, \dots \right\}$$

rappresenta il numero razionale:

$$\frac{14}{3} = 14 : 3 = 4,666666\dots$$

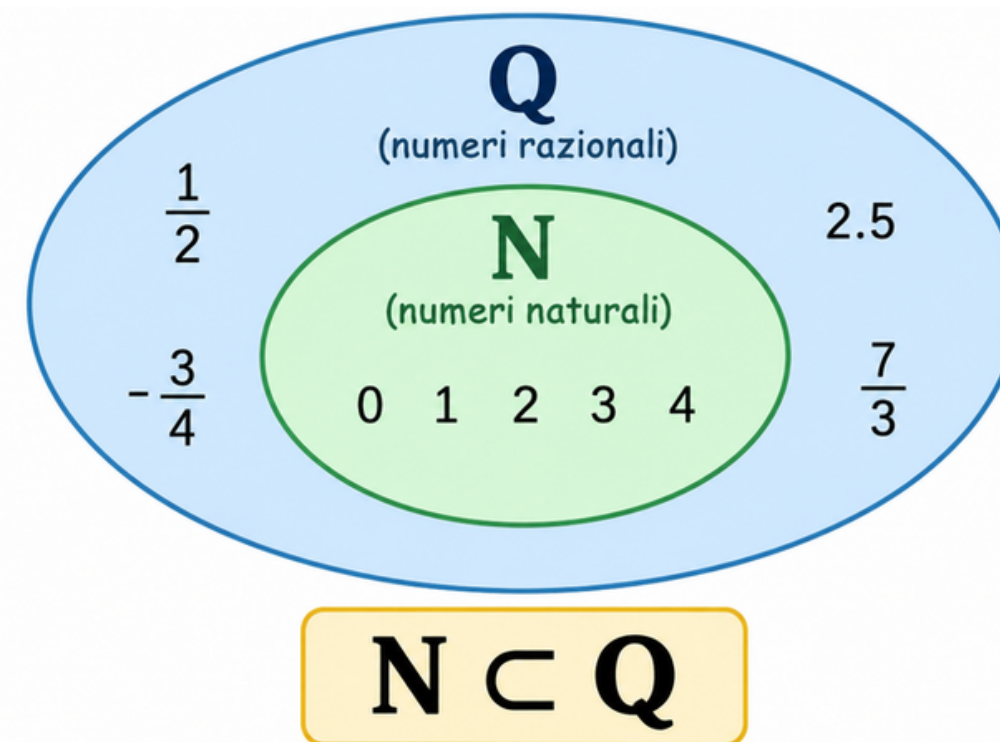


Classi di equivalenza e numeri razionali

L'insieme di tutte le classi di equivalenza forma l'insieme dei numeri razionali (indicato con la lettera Q).

Un numero razionale è un numero rappresentabile mediante una frazione.

Si dimostra facilmente che l'insieme N dei numeri naturali è un sottoinsieme di Q :



Rappresentazione delle frazioni su una semiretta orientata

1. Disegniamo una semiretta orientata, fissiamo l'origine O e l'unità di misura;
2. segniamo i numeri naturali 1, 2, 3, ...;
3. dividiamo ogni unità in un numero di parti uguali pari al denominatore;
4. contiamo tante parti quante ne indica il numeratore.

Esempio:

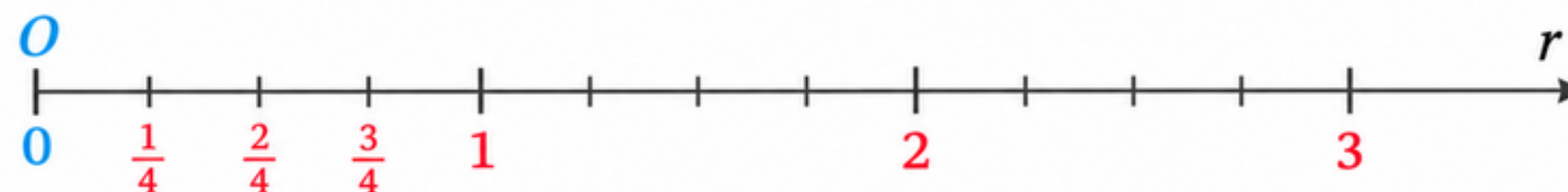
$$\frac{3}{4}$$



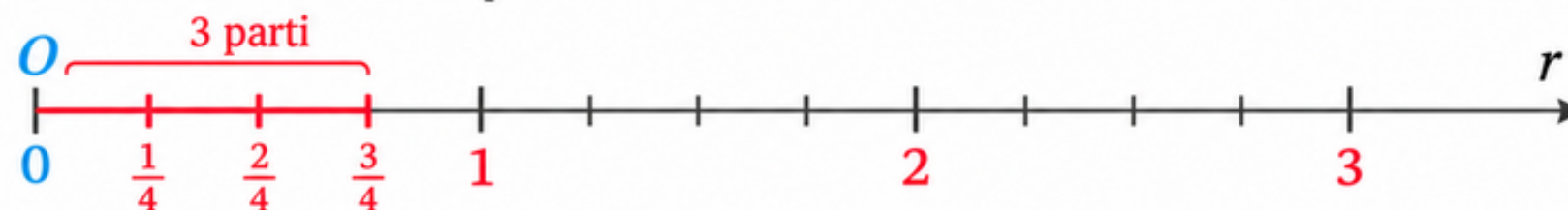
1. Disegniamo la semiretta orientata



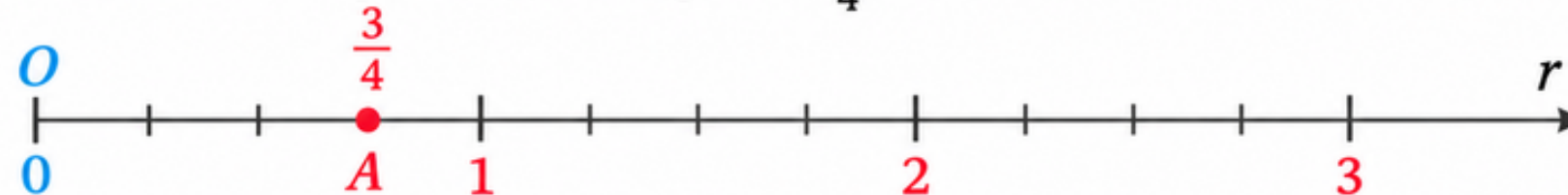
2. Dividiamo l'unità in 4 parti uguali



3. Contiamo 3 parti da $\frac{1}{4}$



4. Individuiamo il punto A , immagine di $\frac{3}{4}$



Rappresentazione delle frazioni su una semiretta orientata

Nel caso di una frazione impropria, il procedimento è simile.

La differenza è che il numeratore è maggiore del denominatore, quindi la frazione rappresenta una quantità maggiore di 1.

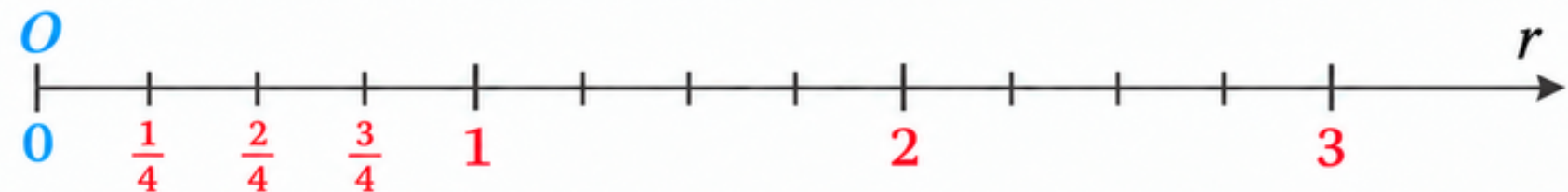
Ad esempio:

$$\frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

1. Disegniamo la semiretta orientata



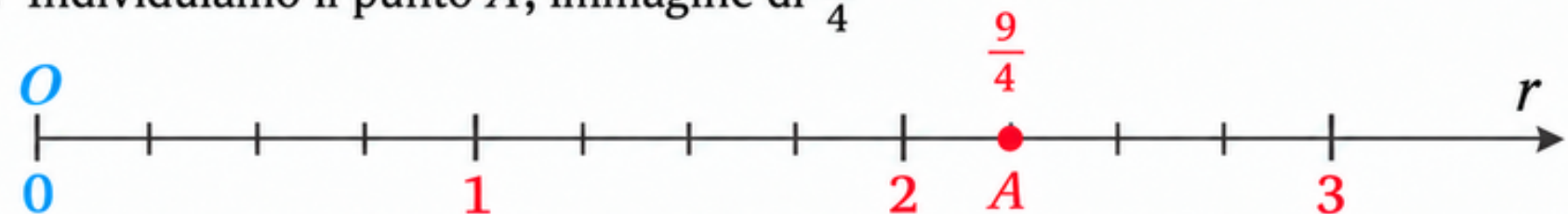
2. Dividiamo l'unità in 4 parti uguali

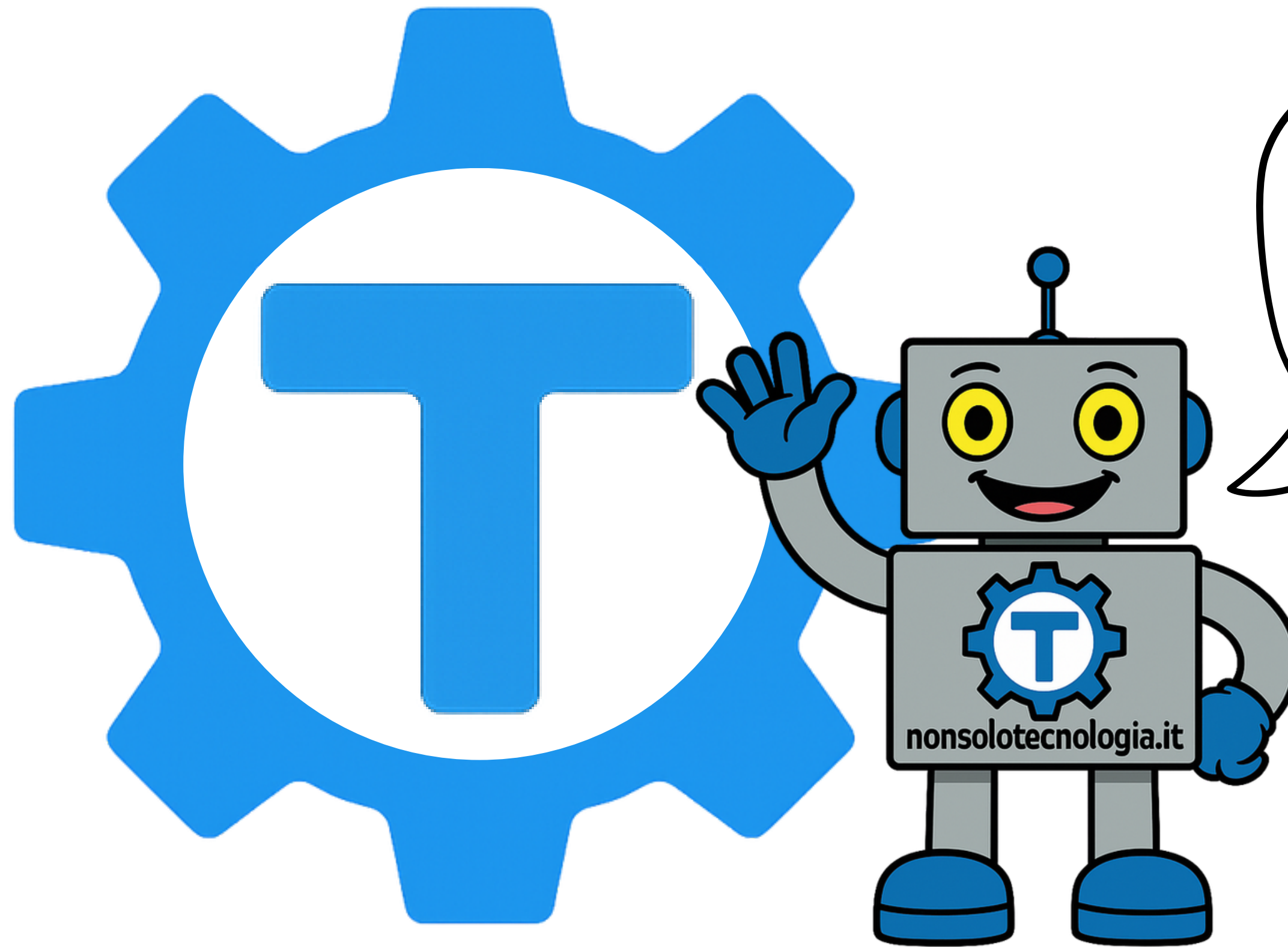


3. Contiamo 9 parti da $\frac{1}{4}$



4. Individuiamo il punto A, immagine di $\frac{9}{4}$





**ARRIVEDERCI
ALLA PROSSIMA
LEZIONE**

